

Gymnasium Bonnstrasse / Albert-Schweitzer-Gymnasium
Hürth

**CHAOSTHEORIE AM
BEISPIEL DES
MENSCHLICHEN KÖRPERS**

von

Hannah Katharina Theisgen

Facharbeit in Mathematik

Schuljahr 2002/2003

Kurs: LK Mathematik Stf.12, Frau Schmitz-Grieff

Hürth, den 13.03.2003

II. Inhaltsverzeichnis

I.	Deckblatt	S.1
II.	Inhaltsverzeichnis	S.2
III.	Einleitung	S.3
IV.	Rückkoppelung	S.4
	1. Rückkoppelung am Beispiel der Genregulation	S.4
	2. Iteration	S.5
V.	Attraktoren	S.6
	1. der Anziehungspunkt	S.6
	2. der Grenzzzyklus	S.7
	3. der Torus	S.7
	4. der seltsame Attraktor	S.8
VI.	nichtlineare Gleichungen	S.9
	1. Verhulstgleichungen	S.9
	2. Periodenverdopplungsweg ins Chaos	S.11
VII.	Schlussbetrachtung	S.13
VIII.	Literatur- und Quellenverzeichnis	S.15
IX.	Erklärung der selbständigen Anfertigung	S.17

III. Einleitung

“בראשית ארב סיהלא תא סימשה תאו ראהין:

והארץ היתה תהו ובהו וחשך על-פני תהום ורוח אלהים מרחפת על-פני הפים:”¹

„Am Anfang schuf Gott Himmel und Erde. Und die Erde war **vollständiges Chaos** und es war Finsternis über der Urflut; und der Geist Gottes schwebte über den Wassern.“

Dieses Zitat aus dem ersten Buch Mose, einer der ältesten und weitverbreitetsten Schriften unserer Kultur, ist ein gutes Beispiel dafür, wie tief verwurzelt und wie alt der Glaube an das Chaos als Urzustand allen Seins ist.

Die Idee des Chaos als Medium der Schöpfung existiert nicht nur in der christlichen und jüdischen Religion, sondern ist in den meisten Kulturen zu finden, wie zum Beispiel in einer alten chinesischen Schöpfungsgeschichte. In dieser entspringt der Yang, ein Strahl reinen Lichts, aus dem Chaos und erschafft den Himmel, während das im Chaos zurückbleibende Yin die Erde bildet, oder in Hesiods Theogonie, in der das erste aller Dinge das Chaos war.²

Obwohl „Chaos“ tief in unserem Glauben verankert scheint, glaubte doch sehr lange niemand an das Chaos.

Es ist möglich jedes Phänomen, das uns umgibt, mathematisch zu beschreiben und sein zukünftiges Verhalten mit Hilfe der so entstandenen Terme zu berechnen, wenn man alle Details kennt, die Einfluss auf diese Prozesse nehmen, war der (reduktionistische) Glaube, der sehr lange die Wissenschaft beherrschte. Alle Prozesse wurden isoliert betrachtet und berechnet, Turbulenzen und Unvorhersagbarkeit als Unsauberkeit abgetan und in die Auswertungen nicht mit einbezogen, da sie weder reproduzierbar noch berechenbar seien. So wählte auch der Begründer der mathematischen Naturwissenschaft Galilei für seine Untersuchungen des freien Falls eine Kugel, die bei Wiederholung des Versuchs fast zur gleichen Zeit an fast der gleichen Stelle auftritt und kein Blatt, was dies nicht tut.³

Es dauerte bis in die späten 70er Jahre des letzten Jahrhunderts, bis Wissenschaftler durch Zufall und mit Hilfe von Computern erkannten⁴, dass „die Summe aller Einzelteile

¹ Genesis 1,1

² vgl. Briggs, J./Peat, F.D.: Die Entdeckung des Chaos- Eine Reise durch die Chaos-Theorie, 7.Auflage, dtv, München 2001, S.22, Z. 1-9

³ Norman Kleinert „Das deterministische Chaos im Experiment“, in Krapp, Holger/Wägenbaur, Thomas (Hrsg.): „Komplexität und Selbstorganisation – „Chaos in den Natur- und Kulturwissenschaften“; Wilhelm Fink Verlag, München 1997, Seite 259

⁴ vgl. Briggs, J./Peat F.D. a.a.O S.15

manchmal mehr als das Ganze ist⁵“.

Aber was bedeutet dieser wage Ausspruch, der sich wie ein roter Faden durch neuere wissenschaftliche Publikationen zieht und hat dieses ominöse „Chaos“, das mit Hilfe der Mathematik beschrieben, dessen Verhalten aber nicht eindeutig berechnet werden kann, etwas mit dem Aussehen meines Zimmers zu tun, waren die Fragen, um deren Antworten wegen ich mich zum erstenmal mit der Chaostheorie aus einander setzte.

Wie ein System von einem Attraktor, wurde ich immer mehr von dieser Theorie, die Wissenschaftler als einer der drei naturwissenschaftlichen Revolutionen unseres Jahrhunderts bezeichnen, angezogen und beschloss ihr meine Facharbeit zu widmen.

Eingeschränkt durch die Vorgabe einer sehr beschränkten Seitenanzahl habe ich mich entschlossen, diese weitläufige Theorie auf einen interessanten Aspekt, inwieweit der menschliche Körper aus Chaos besteht, zu fokussieren. Hierzu ist es zunächst nötig, ein paar Grundlagen der Chaosforschung zu erläutern und wichtige Begriffe zu erklären, bevor ich exemplarisch an dem Bakterium, das beim Menschen Durchfall auslöst, zeigen kann, was Chaos eigentlich ist und wie es entsteht.

IV. Rückkoppelung

Chaos im Sinne der Chaostheorie meint nicht das Fehlen jeglicher Ordnung, sondern die theoretische und praktische Unvorhersagbarkeit des Verhaltens bestimmter dynamischer Systeme, die dadurch entsteht, dass alle Teile eines solchen Systems durch positive oder negative Rückkoppelungsschleifen miteinander verbunden sind.

Rückkoppelung ist der Rückbezug einer Größe auf sich selbst. Dabei sind zwei Sorten von Rückkoppelung zu unterscheiden: die negative Rückkoppelung, die hemmt und die positive Rückkoppelung, die verstärkt.

1. Rückkoppelung am Beispiel der Genregulation

Da fast jedes natürliche System dynamisch ist, sich also aus Teilen zusammen setzt, die sich in Bewegung und damit auch in ständiger Veränderung befinden, ist Rückkoppelung wie

⁵ Schaeffler Florian,; „Feldenkrais-Einzelbehandlungen“, <http://www.dpklinik.de/kkk/schaeffler.html> oder http://www.rrzn.uni-hannover.de/BIs/Jahrgang92/BI250/16_Ein_Netz_veraendert_die_Welt.txt

John Briggs und David Peat es formulieren „auf allen Ebenen des Lebendigen“⁶ zu finden, so auch im menschlichen Körper bei der Kontrolle der Genaktivität.

Da nur ein Teil der Informationsmenge, die die Gesamtzahl der Gene einer Zelle darstellen, ständig benötigt wird, haben sich im Laufe der Evolution Mechanismen entwickelt, die Gene je nach Bedarf an- oder abschalten können.

Eines dieser Mechanismen ist das Tryptophan-Operon, das bestimmte Strukturgene umfasst, die Enzyme codieren welche die Aminosäure Tryptophan herstellen. Das so hergestellte Tryptophan reagiert mit dem Repressor dieses Operons und aktiviert ihn dadurch. Der aktive Repressor blockiert das Operon und eine weitere Tryptophan-Produktion wird verhindert.

Die Aminosäure nimmt also durch die Reaktion mit dem Repressor Rückbezug auf sich selbst und hemmt so ihre eigene Produktion, weshalb man von einer negativen Rückkoppelung sprechen kann.⁷

2. Iteration

Eine Art der Rückkoppelung ist die Iteration, bei der eine gleiche Operation wiederholt ausgeführt wird, indem der Ausgabewert eines Zyklus dem nächsten als Eingabewert dient oder mathematisch gesehen eine wiederholte Anwendung einer Rechenvorschrift, wobei jedes Ergebnis als Ausgangspunkt für den nächsten Schritt dient.

Ein Beispiel für Iteration im menschlichen Körper ist die Zellteilung der Chromosomen. Der Zellzyklus, den jede Zelle von ihrer Entstehung bis zu ihrer Zersetzung immer und immer wieder periodisch durchläuft, dient dazu, durch Teilung aus einer Mutterzelle zwei identische Tochterzellen herzustellen. Die Tochterzelle, die als Ausgabewert des vorangegangenen Zellzyklus bezeichnet werden kann, dient im nächsten, genau gleich verlaufenden Zyklus als Eingabewert.

Durch diese Rückbezüglichkeit auf sich selbst werden winzig kleine Abweichungen und Fehler, die zunächst ganz unbedeutend scheinen, mit jeder erneuten Iteration verstärkt und können so unvorhersehbare (chaotische) Dimensionen annehmen.

Das geschieht auch bei der Zellteilung der Chromosomen. Die Erbsubstanz, die diese enthalten, wird durch Iteration immer wieder kopiert, wobei einzelne Abweichungen im genetischen Code weitergegeben werden und neue hinzukommen. Um diesem Prozess der

⁶ vgl. Briggs, J./Peat F.D. a.a.O, an verschiedenen Stellen

⁷ Haffner Lutz/Hoff Peter; „Genetik, Neubearbeitung- Materialien für den Sekundarbereich II Biologie“; Schroedel Schulbuchverlag Hannover, 1998 Seite 84ff

Veränderung des menschlichen Erbguts entgegen zu wirken, werden viele Aminosäuren durch mehrere Codons determiniert (der Code ist degeneriert) und trotzdem machen sich die kleinen Abweichungen im Laufe der Zeit immer mehr bemerkbar, wir altern.

V. Attraktoren

Der Attraktor ist eine Form der optischen Darstellung des Verhaltens dynamischer Systeme, welcher der Analyse dient.

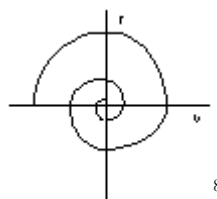
Er ist das Gebiet, dem die Trajektorie, also der Verlauf der Punkte im Phasenraum oder die Menge aller Zustände, die von einem System eingenommen werden, entgegenstrebt. Ein System kann mehrere verschieden Attraktoren haben. Verschiedene Anfangswerte zum Beispiel können zu verschiedenen Attraktoren wie dem Anziehungspunkt, dem Grenzzyklus oder dem Torus führen.

1. Der Anziehungspunkt

Der Anziehungspunkt ist ein Attraktor, dem ein periodische System mit einem Freiheitsgrad zustrebt.

Ein solches System ist z.B. das Pendel, welches durch Reibung und Luftwiderstand immer langsamer wird, bis es irgendwann stehen bleibt. Dieses System strebt dem (Punkt des) Stillstand(es) entgegen, weshalb man es auch als Zerfallsprozess einer periodischen Bahn bezeichnen kann.

Die folgenden Abbildung zeigt die Darstellung der Pendelbewegung im zweidimensionalen Phasenraum, die Trajektorie strebt dem Mittelpunkt des Koordinatensystems, welcher den Stillstand darstellt, zu.



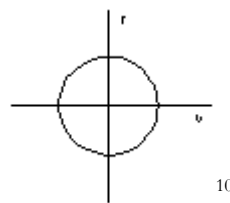
⁸ aus "Annettes Philosophenstübchen" - <http://www.thur.de/philo/asattr.htm>; 1997/98

2. Der Grenzzyklus

Der Grenzzyklus ist ein zweidimensionaler periodischer Attraktor⁹. Ihm streben Systeme zu, die äußeren Einflüssen widerstehen, indem sie mit Hilfe von Rückkopplungen immer wieder in ihren ursprünglichen Rhythmus zurückkehren. Dieses Verhalten lässt sich am Beispiel des Uhrpendels erklären:

Eine elektrische Komponente im Inneren der Uhr stößt das Pendel periodisch an, so dass es äußeren Einflüssen wie der Verlangsamung durch Reibung und Luftwiderstand oder zusätzlichen Anstößen widersteht. Das Pendel kehrt immer wieder in seine periodische Bahn zurück oder anders ausgedrückt, das System wird in eine zyklische Bahn hineingezogen.

Stellt man die Trajektorie dieses Systems im zweidimensionalen Phasenraum dar indem man potentielle (Höhe) und kinetische Energie (Geschwindigkeit) des Pendels zu jedem Zeitpunkt einträgt, ist das Ergebnis der Darstellung ein Kreis. Da dieser einen Grenzzustand darstellt, den das Pendel immer wieder erreichen will, wird er auch „Grenzzykel-Attraktor“ genannt.



3. Der Torus

Der Torus-Attraktor ist eine dreidimensionale geometrische Form des Phasenraums, die bei gekoppelten Oszillatoren quasi-periodischen Verhaltens auftritt.¹¹

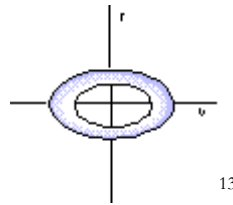
Ein solches System zweier gekoppelter Oszillatoren sind z.B. zwei Pendeluhrn auf einem Regalbrett. Das etwas elastische Regalbrett dient als Kopplungsmedium, so dass sich die beiden Uhren gegenseitig in ihrem Verhalten beeinflussen. Nun kann nicht mehr jede Uhr für sich betrachtet werden, denn aus den zwei Systemen wird ein Gesamtsystem. Das bedeutet in der Phasenraumbeschreibung, dass der Gesamtphasenraum aus dem (kartesischen) Produkt von zwei Phasenräumen besteht. (Der einzelne Phasenraum ist zweidimensional, die Dimension des gesamten Phasenraums ist damit vier). Stellt man beide Systeme einzeln im

⁹ J.Argyris/G.Fuast/M.Haase, Die Erforschung des Chaos, Eine Einführung für Naturwissenschaftler und Ingenieure, Vieweg Verlag Braunschweig, 1994, S.37 Z.1

¹⁰ "Annettes Philosophenstübchen" - <http://www.thur.de/philo/asattr.htm> 1997/98

¹¹ vgl. Walter Seifritz, „Wachstums, Rückkopplung und Chaos“, Carl Hanser Verlag München Wien 1987, Seite 163

Phasenraum dar, erhält man zwei für Grenzzyklen typische Kreise, die zusammen eine Fläche ergeben, wenn an jedem Punkt des ersten Kreises der zweite Kreis angeheftet wird. Das daraus entstehende Gebilde ist der reifenförmige Torus.¹²



4. Der seltsame Attraktor

Ein zentrales Ergebnis der Chaosforschung ist der Nachweis, dass sich neben den oben beschriebenen „einfachen“, „regulären“ Attraktoren auch solche mit hochkomplexen geometrischen und dynamischen Strukturen bilden können. „Ein solcher Attraktor, der sich nicht als stationär, periodisch oder quasi-periodisch klassifizieren lässt, wird nach Ruelle und Takens [Ruelle/Takens 1971] als seltsamer Attraktor bezeichnet.“¹⁴

Ein System, das dem Chaos verfällt, verhält sich zunächst stationär. Es liegt ein Fixpunktattraktor vor. Bei Erhöhung eines ausgezeichneten Kontrollparameters wird der Fixpunkt instabil und das System verhält sich periodisch, bis bei einem kritischen Parameter ein Grenzzyklus als Attraktor entsteht, der wiederum bei weiterer Erhöhung des Kontrollparameters von dem dadurch erneut entstehenden periodischen Verhalten überlagert wird. Der Grenzzyklus wird zu einem Torus-Attraktor verknüpft. Eine dritte Instabilität führt nun nicht, wie bis dahin vermutet, zu einem dreidimensionalen Torus, also zu einer Überlagerung von drei periodischen Bewegungen, sondern zu einem neuen seltsamen Attraktor, den man sich als intermediäres Gebilde zwischen einem zweidimensionalen und einem dreidimensionalen Torus vorstellen kann. Die Trajektorien auf diesem Attraktor sind chaotisch. In ihrem Verhalten kann keine Regelmäßigkeit mehr festgestellt werden.

¹² frei nach Holger Krapp/Thomas Wägenbaur, „Komplexität und Selbstorganisation-„Chaos“ in den Natur- und Kulturwissenschaften“, Wilhelm Fink Verlag München, 1997, Seite 26ff

¹³ "Annettes Philosophenstübchen" - <http://www.thur.de/philo/asattr.htm> 1997/98

¹⁴ zitiert aus H.Krapp/T.Wägenbaur a.a.O. S.28

VI. Nichtlineare Gleichungen

Der Unterschied zwischen linearen und nicht linearen Gleichungen liegt darin, dass sich die Größen einer nichtlinearen Gleichung nicht konstant proportional zueinander verhalten, was ein Anzeichen für Chaos ist und bedeutet, dass eine winzige Änderung einer Variablen eine völlig unverhältnismäßige Wirkung auf andere Variablen haben kann.¹⁵

Dieses Verhalten wird durch Terme, die wiederholt mit sich selbst multipliziert werden, ausgelöst und hat zur Folge, dass die Darstellung nichtlinearer Gleichungen Turbulenzen, wie Lücken, Schleifen und Rekursionen zeigen, sie nicht reproduzierbar sind, ihre Lösungen nicht verallgemeinert werden können und die Summe ihrer Einzelteile manchmal mehr als das Ganze ergibt.¹⁶

Durch diese empfindliche Abhängigkeit von Parametern, Anfangs- und Randbedingungen¹⁷ sind Vorhersagen oder präzise quantitative Aussagen im Bezug auf nichtlinearer Systeme unmöglich, denn theoretisch wie praktisch können Größen, die benötigt werden, um physikalische, biologische oder chemische Phänomene mathematisch zu beschreiben, nur endlich genau gemessen (Informationslücke), angegeben (unendliche Anzahl von Kommastellen irrationaler Zahlen) und weiterverarbeitet werden.¹⁸

Qualitative Aussagen über das System als Ganzes und über seine Teile sind jedoch möglich, was Mathematiker in die Lage versetzt, das Chaos, das durch nichtlineare Gleichungen dargestellt werden kann, zu analysieren und so das Verhalten komplexer Ereignisse wie Explosionen, plötzliche Materialbrüche oder das Losbrechen eines Erdbebens zu beschreiben.¹⁹

1. Verhulstgleichungen

Ein Anwendungsgebiet für nichtlineare Gleichungen ist das Wachstum von Populationen, die ein vielfältiges und abwechslungsreiches Verhalten, das von der einfachsten Ordnung bis ins Chaos reicht, zeigen können. P. Verhulst, ein Wissenschaftler, der sich für die

¹⁵ vgl. Briggs, J./Peat F.D. a.a.O S.29 4-6

¹⁶ vgl. Briggs, J./Peat F.D. a.a.O S.30 Z. 5-6

¹⁷ „Forschungen der Universität Münster, Nichtlineare Systeme“, <http://www.uni-muenster.de/Rektorat/forschung/fors-nls.htm>, 1997

¹⁸ vgl. Briggs, J./Peat F.D. a.a.O. S.30

¹⁹ vgl. Briggs, J./Peat F.D. a.a.O. S.30

Mathematik des Populationswachstums interessierte, führte 1845 als erster ein Glied in die bis daher bekannten linearen Wachstumsgleichungen ein, mit dessen Hilfe es möglich ist, den Einfluss aller Umweltfaktoren in einem abgeschlossenen Gebiet auf das Populationswachstum zu berechnen.

Wie dieses neue Glied eine Wachstumsgleichung verändert und warum das so wichtig ist, um das Wachstum von real existierenden Populationen zu beschreiben, möchte ich im folgenden am Beispiel des Darmbakteriums *Escherichia coli* zeigen.

E. coli Bakterien vermehren sich durch Zellteilung. Dies geschieht bei optimalen Bedingungen circa alle 20 Minuten. Betrachtet man also eine solche fiktive Bakterienkultur alle 20 Minuten, sieht man jedes mal doppelt so viele Bakterien wie vorher. Man sagt der Wachstumsfaktor ist 2.

Aus diesen Angaben lässt sich folgende Gleichung formulieren:

$$X_{n+1} = 2X_n$$

(bestehende Generation) (vorherige Generation)

Der aufgestellte Term beschreibt ein ungebremstes exponentiales Wachstum, wie es in der Natur, die dann in verhältnismäßig kurzer Zeit nur noch aus Bakterien dieses Stammes bestehen würde, niemals vorkommen könnte, da jedes Populationssystem von anderen Systemen abhängig und mit diesen durch Rückkoppelung verbunden ist.

Durch Beobachtung weiß man, dass sich *E. coli* Bakterien nur ungefähr sieben Stunden lang exponential vermehren (exponentielle Phase), weil ihr Wachstum sowohl durch Verknappung des Nährstoffangebots als auch durch sich anlagernde zunehmend störende Stoffwechselprodukte der Bakterien gehemmt wird.

Um verschiedene Populationen besser vergleichen zu können, ist es sinnvoll, die bestehende Gleichung erst einmal zu normieren, indem man die Populationsgröße durch eine Zahl, die zwischen 0 und 1 variiert, darstellt, bevor man versucht, die Gleichung so zu verändern, dass die oben ausgeführten Beobachtungen berücksichtigt werden.

Die größtmögliche Population von 100% wird dann durch $X_n = 1$ dargestellt und die kleinstmögliche durch $X_n = 0$.

Um die Einflüsse, die das Bakterienwachstum hemmen, in die bestehende Gleichung zu integrieren, fügt man der rechten Seite ein zusätzliches Glied $(1-X_n)$ - das Verhulst-Glied - zu. Daraus folgt:

$$X_{n+1} = 2X_n(1-X_n)$$

Wenn X_n größer wird, verkleinert sich $(1-X_n)$. Die beiden Glieder konkurrieren miteinander: Das eine versucht, die Population zu erweitern, das andere sie zu unterdrücken.

2. Periodenverdopplungsweg ins Chaos

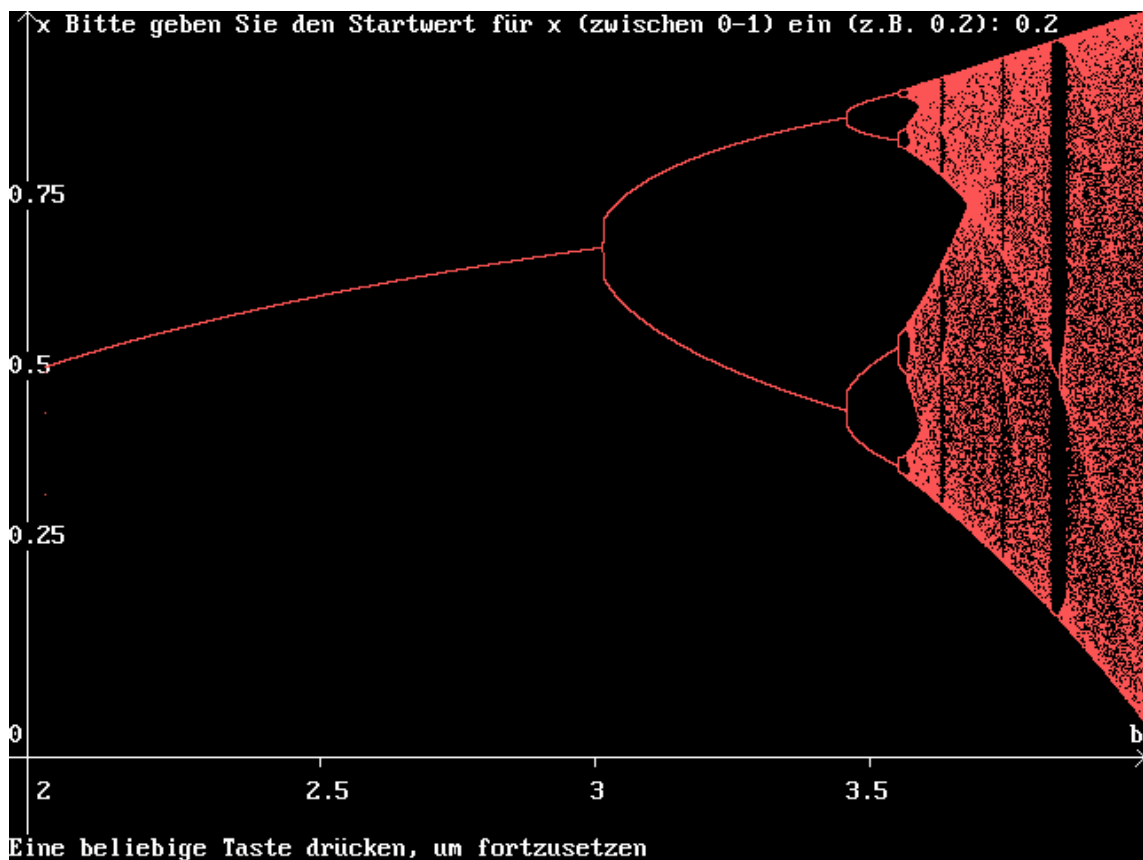
Was aber hat diese Gleichung mit Chaos zu tun?

Ohne das von Verhulst eingeführte Glied wäre die Beziehung zwischen der Anzahl der Bakterien der vorigen und der nachfolgenden Generation streng linear und für uns und die Chaostheorie uninteressant. Durch das neue Glied entsteht jedoch auf der rechten Seite der Gleichung ein Term, indem X_n mit sich selbst multipliziert wird:

$$X_{n+1} = 2X_n(1-X_n) = 2X_n - 2X_n^2,$$

was zu Rückkoppelung und Nichtlinearität führt.

Um zu erkunden, wie das chaotische Verhalten dieser durch die nichtlineare Verhulstgleichung beschriebenen fiktiven Darmbakterienkultur aussieht, habe ich folgendes Computerprogramm²⁰ in qBasic geschrieben, das durch Iterieren der Populationsgleichung das Wachstum von verschiedenen Bakterienkulturen mit unterschiedlichen Anfangswerten und Wachstumsfaktoren simuliert und graphisch darstellt.



²⁰ Das Computerprogramm liegt der Facharbeit auf Diskette bei. Zum Starten bitte die Datei Chaos.bat ausführen.

```

'-----Grafiken setzen-----
SCREEN 12

'Koordinatenkreuz
LINE (0, 420)-(640, 420)
LINE (635, 415)-(640, 420)
LINE (635, 425)-(640, 420)

LINE (10, 0)-(10, 480)
LINE (10, 0)-(5, 5)
LINE (10, 0)-(15, 5)

LINE (20 + 1 * 310, 420)-(20 + 1 * 310, 425)
LINE (20 + 1.5 * 310, 420)-(20 + 1.5 * 310, 425)
LINE (20 + .5 * 310, 420)-(20 + .5 * 310, 425)

'Beschriftungen
LOCATE 26, 80: PRINT "b"
LOCATE 1, 3: PRINT "x"

LOCATE 28, 3: PRINT "2"
LOCATE 28, 22: PRINT "2.5"
LOCATE 28, 42: PRINT "3"
LOCATE 28, 60: PRINT "3.5"

LOCATE 7, 1: PRINT "0.75"
LOCATE 13, 1: PRINT "0.5"
LOCATE 19, 1: PRINT "0.25"
LOCATE 26, 1: PRINT "0"

'Eingabe des Startwertes
LOCATE 1, 5: INPUT "Bitte geben Sie den Startwert für x
(zwischen 0-1) ein (z.B. 0.2): ", x

'Berechnen und zeichnen des Grafen
FOR b = 2 TO 4 STEP .00001
    x = b * x * (1 - x)
    PSET (20 + (b - 2) * 620 / 2, 400 - x * 400), 12
NEXT b

```

Für Wachstumsfaktoren, die kleiner 1 waren, fielen alle Bakterienpopulationen, gleich welcher Anfangsgröße, auf null ab. Wählt man den Wachstumsfaktor größer als 1 und kleiner 3, nehmen Stämme mit großen Anfangswerten zunächst ab, pendeln sich dann aber auf einen konstanten Wert von $\frac{2}{3}$ des Anfangswertes ein, genauso wie kleinere Populationen, die jedoch zunächst ansteigen, bevor sie diesen Wert anstreben. Für einen Wachstumsfaktor größer 1 und kleiner 3 ($1 < b < 3$) ist $\frac{2}{3}$ ein Attraktor, dem das System zustrebt. Je mehr sich

der Wert an 3 annähert, desto länger dauert das Schwingungsverhalten an, bis sich das System dem Attraktor nähert.

Setzt man die Geburtenrate gleich 3, wird der Attraktor bei 0,66 instabil und spaltet sich in zwei auf.

Das bedeutet, dass das System zwischen zwei stabilen Werten hin und her schwankt oder greifbarer ausgedrückt: Befindet sich ein E.coli Stamm in einer Umgebung, die einen Wachstumsfaktor von 3 ermöglicht, hat dies zur Folge, dass die Generationen der Bakterien nacheinander entweder besonders groß oder besonders klein sind. Eine erneute Periodenverdopplung ist bei einer Wachstumsrate von 3.4485 erreicht. Ab diesem Wert schwankt die Population zwischen vier Werten, die wiederum bei einem Wachstumsfaktor von 3,56 instabil werden und sich in acht Attraktoren aufspalten. Eine erneute Bifurkation in 16 Attraktoren tritt bei einem Wachstumsfaktor von 3,569 ein. Eine Bakterienpopulation, die sich in so einem sechzehner Zyklus befindet, weist ein zwar schwer zu erkennendes aber nach vollziehbares Muster auf, doch der Weg ins Chaos ist nicht weit. Erhöht man die Geburtenrate um 0.000099 auf 3.56999, ist die Anzahl der verschiedenen Attraktoren durch Periodenverdopplung unendlich groß geworden. Die Population steigt und fällt von Generation zu Generation völlig chaotisch. Versucht man den Computer das Populationsverhalten für einen Wachstumsfaktor über vier simulieren zu lassen, bricht dieser den Vorgang auf Grund zu vieler Rechenvorgänge ab.

VII. Schlussbetrachtung

Über die angeführten Beispiele hinaus zeigt sogar das Gehirn und folglich auch das Denkvermögen, also die den Mensch definierende Eigenschaft, in wieweit dieser wirklich aus Chaos besteht.

Selbst die Entstehung des menschlichen Gehirns verläuft chaotisch, denn das Gehirn besteht aus Nervenfasern, die während seiner Entstehung im embryonalen Alter zufällig (chaotisch) wachsen, da es nicht genügend Gene gibt, um die Lokalisierung von 10^{14} synaptischen Verbindungen im Gehirn zu steuern²¹.

So kann das Gehirn selbst als „nichtlineares Ergebnis nichtlinearer Evolution auf einem nichtlinearen Planeten“²² angesehen werden. Aber auch seine Funktionsweise weist

²¹ vgl. Briggs, J./Peat F.D. a.a.O S.262

²² Briggs, J./Peat F.D. a.a.O S.252 Z. 1-3

chaotische Züge auf. Wissenschaftler der Universitätsklinik für Epileptologie zu Bonn fanden heraus, dass die Nervenzellen des Gehirns ein chaotisches Durcheinander zeigen.

Einen Einblick wie wichtig diese chaotischen Prozesse für das menschliche Gehirn sind, zeigen uns Epilepsie-Anfälle, die entstehen, wenn die hohe Komplexität der Hirnaktivität verloren geht und es anstelle des üblichen Chaos in ein koordiniertes, gleichförmiges, synchronisiertes Muster übergeht²³. Auch Schizophrenie ist ein Anzeichen für zu viel Ordnung im Gehirn²⁴.

Der Mensch setzt sich also anscheinend aus vielen verschiedenen chaotischen Untereinheiten, wie Bakterienpopulationen oder Denkvorgängen zusammen, die alle durch Rückkoppelung miteinander verbunden sind, weshalb es logisch ist, ihn als das zu betrachten, was er ist, also als ein sehr komplexes und damit auch chaotisches dynamisches System.

²³ vgl. Irmgard wagner „Chip im Kopf soll Epilepsie-Anfall vorhersagen“, General Anzeiger Bonn, 22.06.1998

²⁴ vgl. Briggs, J./Peat F.D. a.a.O S.254 Z. 7-9

VIII. Literatur- und Quellenverzeichnis

- **"Annettes Philosophenstübchen"** - <http://www.thur.de/philo/asattr.htm> 1997/98
- Argyris, John/ Fuast, Gunter/ Hasse, Maria: **„Die Erforschung des Chaos“**; Vieweg-Verlag Braunschweig/Wiesbaden, 1994
- Briggs, J./Peat, F.D.: **„Die Entdeckung des Chaos- Eine Reise durch die Chaos-Theorie“**, 7.Auflage , dtv, München 2001
- Ganoczy, Alexander: **„Chaos . Zufall. Schöpfungsglaube- Die Chaostheorie als Herausforderung der Theologie“**; Mathhias-Grünwald-Verlag Mainz 1995
- Gleick, James: **„CHAOS - die Ordnung des Universums, Vorstoß in Grenbereiche der modernen Physik“**, Droemersch Verlagsanstalt Th.Knauer Nachf., München Juli 1990
- Haffner, Lutz/Hoff, Peter; **„Genetik, Neubearbeitung- Materialien für den Sekundarbereich II Biologie“**; Schroedel Schulbuchverlag Hannover 1998
- Henke, Dietmar **„Rückkopplung, Iteration, Selbstähnlichkeit „**,
<http://www.lgw.wn.bw.schule.de/faecher/mathe.htm>
- Jörg Kliemann, Höhere Landwirtschaftliche Bundeslehranstalt, St.Florian: **„Die Chaos-Maschine“**, http://www.minic.ac.at/ammu/6/6_7.htm
- Klösel, Horst /Lüthen Reinhold **„Planen. Schreiben. Präsentieren Facharbeit-Schülerarbeitsheft Deutsch Sek .II“** Ernst Klett Schulbuchverlag Leipzig, Leipzig 2001
- Krapp, Holger/ Wägenbaur, Thomas (Hrsg.): **„Komplexität und Selbstorganisation- „Chaos“ in den Natur- und Kulturwissenschaften“**, Wilhelm Fink Verlag, Münschen 1997
- Krützmann Nikolai, **„Facharbeit zum Thema: Mathematische Betrachtungen zur Chaostheorie - Eine Einführung in die Dynamik nichtlinearer Systeme“**;
<http://www.nkruetzmann.de/>
- Norman Kleinert **„Das deterministische Chaos im Experiment“**

- Peter, Hans-Joachim, „**Forschung an der Universität Münster Nichtlineare Systeme**“;
<http://www.uni-muenster.de/Rektorat/forschung/fors-nls.htm> 1997
- Ruelle, David „**Zufall und Chaos**“ Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1992
- Schaeffler Florian, „**Feldenkrais-Einzelbehandlungen**“,
<http://www.dpklinik.de/kkk/schaeffler.html>
- Schroeder, Manfred: „**Fraktale, Chaos und Selbstähnlichkeit- Notizen aus dem Paradies der Unendlichkeit**“, Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg 1994
- Seifritz, Walter: „**Wachstum, Rückkopplung und Chaos- Eine Einführung in die Welt der Nichtlinearität und des Chaos**“, Carla Hanser Verlag München Wien, 1987
- Skirke, Ulf: „**Technologie und Selbstorganisation Zum Problem eines zukunftsfähigen Fortschrittsbegriffs**“, http://www.on-line.de/~u.skirke/2_3.html
- Umwelt Management Austria: „**Einführung in Komplexe Dynamische Systeme**“;
<http://www.ams.smc.univie.ac.at/~schamane/kds/cha/index.htm>; 1998
- Uni Hannover: „**Ein Netz veraendert die Welt**“; http://www.rrzn.uni-Hannover.de/BIs/Jahrgang92/BI250/16._Ein_Netz_veraendert_die_Welt.txt

IX. Erklärung der selbständigen Anfertigung

Ich erkläre, die Facharbeit ohne fremde Hilfe angefertigt und nur die im Literaturverzeichnis angeführten Quellen und Hilfsmittel benutzt zu haben.

Datum

Unterschrift

